

Colle 7
Du 4/01 au 15/01

Suites

Limite d'une suite

- Définitions d'une suite réelle, d'une suite constante, stationnaire, majorée, minorée, bornée, croissante, monotone.
- Définition d'une suite extraite.
- Suites définies explicitement, suites définies par récurrence (existence).
- Suites géométriques, arithmétiques et arithmético-géométriques.
- Définition d'un voisinage d'un réel, de $\pm\infty$ dans \mathbb{R} .
- Définitions d'une limite d'une suite : définition générale avec les voisinages et définitions précisées pour chacun des trois cas. Unicité de la limite.
- Définitions d'une suite convergente (=limite finie) et divergente. Toute suite convergente est bornée.
- Théorème des suites extraites : (u_n) converge vers ℓ si et seulement si toute suite extraite converge vers ℓ .
- Opérations usuelles sur les limites. Composition par une fonction (admis car pas encore la déf de limite d'une fonction).
- Quelques exemples classiques : a^n , $(1 + x/n)^n$.
- Passage à la limite et inégalités larges, strictes.
- Théorème des gendarmes. Produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle.
- Théorème de la limite monotone.
- Suites adjacentes. Définition, théorème, exemples. Densité de \mathbb{Q} dans \mathbb{R} : tout réel est limite d'une suite de rationnels (valeurs décimales approchées par défaut et par excès).
- Théorème des segments emboîtés. **J'ai cité le théorème de Bolzano-Weierstrass et expliqué sa démonstration mais il est hors programme.**
- Etude des suites définies par récurrence. Théorème de monotonie, limite.
- Extension au cas des suites complexes. Notion de voisinage dans \mathbb{C} . Caractérisation de la limite à partir des parties réelles et imaginaires.

Comparaison de suites

- Petits "o". Définition, opérations. Expression d'une limite. Comparaison des $(\ln n)^\alpha$, n^α , a^n , $n!$, n^n .
- Equivalence. Définition, opérations. Limites et équivalents.
- Liste d'équivalents à connaître.
- Domination. Définition, opérations.
- Exemples dont la série harmonique (constante d'Euler).